

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
GHEORGHE DUMITRESCU

Ediția a X-a

Craiova, 1 noiembrie 2008

Clasa a XII-a

1. a) Fie mulțimea $G = \{ \sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, 2008 \}$. Să se definească pe G o lege de compoziție "o" astfel încât (G, o) să fie grup.

b) Fie (G, \cdot) un grup finit cu proprietatea că există $a \in G, a \neq e$, astfel încât $x^2 = e, (\forall) x \in G \setminus \{a\}$. Să se arate că $a^2 = e$. (e este elementul neutru din (G, \cdot))

Prof. Ovidiu Pop, G.M. 7-8/ 2008

2. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ cu proprietatea că $(f \circ f)(x) = 2f(x) - 11x, (\forall) x \in \mathbf{R}$. Stabiliți dacă f admite primitive pe \mathbf{R} .

Prof.dr. Teodora-Liliana Rădulescu, Craiova

3. Fie $f: \mathbf{R} \rightarrow (0, \infty)$ o funcție continuă, iar F o primitivă a sa care se anulează în 0. Să se calculeze:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot F\left(\frac{1}{x}\right);$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n F\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right).$

(*Selecție realizată de prof. dr. Teodora-Liliana Rădulescu*)

**Notă: Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.
Timp de lucru: 2 ore.**