

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
GHEORGHE DUMITRESCU

Ediția a X-a
Craiova, 1 noiembrie 2008

Clasa a X-a

1. a) Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbf{C}$ astfel încât $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ și $z_1 \cdot z_2 + z_2 \cdot z_3 + z_3 \cdot z_1 = 0$. Arătați că
 $|z_1| + \omega |z_2| + \omega^2 |z_3| = 0$, unde $\omega = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Prof. Marius Perianu, Slatina

- b) Fie $a, b, c \in (1, \infty)$. Arătați că :

$$\log_a(\sqrt{(b+1)(c+1)} - 1) + \log_b(\sqrt{(c+1)(a+1)} - 1) + \log_c(\sqrt{(a+1)(b+1)} - 1) \geq 3.$$

Prof. Cătălin Cristea, Craiova

1. Folosind, eventual, inegalitatea $(1 + \frac{1}{n})^n < 3$, (\forall) $n \in \mathbf{N}^*$ arătați că numărul
 $a = [(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{200}]$ are 100 cifre.
($[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x).

Prof. Ion Nedelcu, Ploiești
Prof. Lucian Tuțescu, Craiova

2. Determinați minimul și maximul funcției $f: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definită prin

$$f(x, y, z) = \sin x + \sin y + \sin z + \sin(x - y) + \sin(y - z) + \sin(z - x).$$

Prof. Cătălin Calistru, Iași

(*Selecție realizată de prof. Lucian Tuțescu*)

Notă: Fiecare problemă se notează cu note de la 0 la 7.

Timp de lucru: 2 ore.