

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
GHEORGHE DUMITRESCU

Ediția a VII-a
Craiova, 19 noiembrie 2005

Clasa a XI-a

1. Fie șirul $(x_n)_{n>1}$, $x_n = \sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{1}{i \cdot j}$. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{n})^{x_n}$.

Prof. Nicolae Pavelescu (G.M. 7/2005)

2. Fie șirul $(x_n)_{n>0}$ dat prin $x_1 = 2005$ și $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{x_{n+1}}$, $n \geq 1$. Arătați că șirul dat este convergent și calculați limita sa.

Prof. Lucian Tuțescu, Craiova
Prof. Toma Gheorghiev, Vidin

3. Fie matricele $A, B \in M_2(\mathbb{C})$ astfel încât $BA = O_2$ și există $k, l \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$ și $a, b \in \mathbb{C}^*$ cu proprietatea $AB = aA^k + bB^l$. Calculați $(\alpha A + \beta B)^n$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{C}^*$ și $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$.

Prof. Dicu Mihai, Craiova

(Selecție realizată de prof. Mihai Dicu)

Notă: Fiecare problemă se notează cu note de la 1 la 10.

Un punct se acordă din oficiu.

Timp de lucru: 2 ore.