

CONCURSUL DE MATEMATICĂ  
GHEORGHE DUMITRESCU

Ediția a VII-a  
Craiova, 19 noiembrie 2005

Clasa a XI-a

1. Fie șirul  $(x_n)_{n>1}$ ,  $x_n = \sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{1}{i \cdot j}$ . Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{n})^{x_n}$ .

Prof. Nicolae Pavelescu (G.M. 7/2005)

2. Fie șirul  $(x_n)_{n>0}$  dat prin  $x_1 = 2005$  și  $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{x_{n+1}}$ ,  $n \geq 1$ . Arătați că șirul dat este convergent și calculați limita sa.

Prof. Lucian Tuțescu, Craiova  
Prof. Toma Gheorghiev, Vidin

3. Fie matricele  $A, B \in M_2(\mathbb{C})$  astfel încât  $BA = O_2$  și există  $k, l \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$  și  $a, b \in \mathbb{C}^*$  cu proprietatea  $AB = aA^k + bB^l$ . Calculați  $(\alpha A + \beta B)^n$ , unde  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}^*$  și  $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$ .

Prof. Dicu Mihai, Craiova

(Selecție realizată de prof. Mihai Dicu)

**Notă:** Fiecare problemă se notează cu note de la 1 la 10.

Un punct se acordă din oficiu.

Timp de lucru: 2 ore.