CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"
19.11.2005, Craiova

Clasa a IV-a

P1. Având la dispoziție o balanță şi o greutate de 1 kg arătați cum puteți cântări o cantitate de 26 kg cuie dintr-o ladă ce conține 35 kg cuie, efectuând numai două cântăriri.

prof. I. Pătraşcu

P2. Se dau patru numere naturale. Cunoscând că sumele oricăror trei dintre ele sunt respectiv 300, 500, 600, 607 aflați numerele.

prof. N. Ivăşchescu

P3. Aflați x din egalitatea $[756-(485-23\cdot 21+x):(x+2)-1]:377=2$, x este număr natural.

prof. N. Ivăşchescu

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"
19.11.2005, Craiova

Clasa a V-a

P1. Numerele de la 1 la 780 sunt scrise unul după altul pe un cerc. Se taie numerele din 7 în 7 începând cu numărul 6 (adică numerele 6, 13, 20, 27…). La o nouă parcurgere a cercului sunt numărate şi numerele tăiate anterior. Se continuă operația până când ar urma să fie întâlnit şi tăiat din nou numărul 6.
a) Câte numere care se împart exact la 7 au fost tăiate?
b) Câte numere rămân netăiate?

prof. I. Pătraşcu, prof. N. Tălău

P2. a) Arătați că $2^{78}<10^{24}$
b) Câte cifre sunt necesare pentru a scrie în sistemul zecimal numărul $2^{78}$?

prof. I. Pătraşcu, prof. N. Ivăşchescu

P3. Se dau numerele $a=(1+2+3+\ldots+2006)\cdot 2+2007$,
$b=1+3+5+\ldots+4011+4013+4015$.
a) Aflați ultima cifră a numărului a.
b) Arătați că b este pătrat perfect.
c) Comparați numerele a şi b.

prof. N. Ivăşchescu, prof. I. Pătraşcu

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"
19.11.2005

Clasa a VI-a

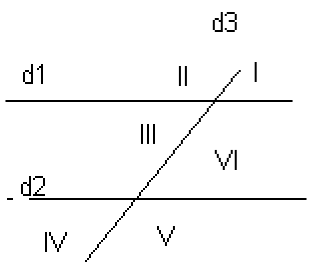
P1. Arătați că numărul $n=111\ldots1-222\ldots2$ este pătrat perfect; numărul $111\ldots1$ are 2006 cifre şi numărul $222\ldots2$ are 1003 cifre.

prof. Lucian Tuțescu

P2. Se dă $A=17+17^2+\ldots+17^{2006}$.
a) Aflați ultima cifră a numărului A.
b) Arătați că numărul $16A+17$ este cub perfect.
c) Arătați că $\frac{(17^{2006} - 1)17}{16}$ Î N.

prof. N. Ivăşchescu, prof. I. Pătraşcu

P3. În figura alăturată $d_1$, $d_2$, $d_3$ împart planul în mai multe părți numerotate I, II, III, IV, V, VI numite regiuni.




a) Determinați numărul de regiuni în care împart planul trei drepte distincte. Analizați toate cazurile posibile.
b) Determinați numărul maxim de regiuni în care împart planul patru drepte neparalele oricare două şi oricare trei neconcurente.
c) Dacă m este numărul maxim de regiuni determinate în plan de n drepte, aflați în funcție de m şi n numărul maxim de regiuni determinate de n+1 drepte.
d) Arătați că dacă într-un plan avem 11 drepte neparalele oricare două şi oricare trei neconcurente şi 68 de puncte oarecare,care nu sunt situate pe dreptele date, există cel puțin o regiune ce conține cel puțin 2 puncte.

prof. N. Ivăşchescu, prof. I. Pătraşcu

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"
19.11.2005, Craiova

Clasa a VII-a

P1. Fie ABCD un dreptunghi şi ABEF un trapez cu E, F $\in$ (CD) (E între F şi C). Cunoaştem că simetricul punctului C față de BE coincide cu simetricul O al punctului D față de AF.
a) Demonstrați că ABEF este trapez isoscel.
b) Dacă în plus $m\angle(OAB)=45^\circ$ şi $AM \perp BE$, $BN \perp AF$, $M \in (BE)$, $N \in (AF)$ demonstrați că:
i) A, O, E sunt coliniare;
ii) $[MN] \equiv [BC]$.

prof. Ion Pătraşcu, prof. N. Ivăşchescu

P2. Fie $a=2^{2007}$ şi $b=5^{2007}$. Scriind numerele a şi b în sistemul zecimal şi alipind numerele obținem numărul A. Aflați câte cifre are numărul A.

* * *

P3. Determinați numerele prime x, y, z care împlinesc condițiile:

$$\frac{x}{y+z}=\frac{7y}{12(x+z)}=\frac{z}{4(x+y)}=\frac{5}{2(x+y+z)}.$$

prof. N. Tălău

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"
19.11.2005, Craiova

Clasa a VIII-a

P1. Fie $d_1$ si $d_2$ două drepte paralele conținute într-un plan $\alpha$ şi A, B două puncte distincte de aceeaşi parte a planului $\alpha$, AB □$\alpha$. Planul $\beta$ dus prin AB intersectează $d_1$ în $M_1$ şi $d_2$ în $M_2$.
a) Arătați că dreapta $M_1M_2$ trece printr-un punct fix.
b) Construiți planul $\beta$ astfel încât $M_1M_2=l$, $l \in R_+$, $l > a$, a fiind distanța dintre $d_1$ şi $d_2$.
c) Care este locul geometric al punctului de intersecție al dreptelor $AM_1$ şi $BM_2$?

* * *

P2. Fie m un număr rațional pozitiv. Aflați m ştiind că $2m+\frac{1}{m}$ este nr. întreg.

prof. I. Pătraşcu

P3. Fie a,b,c lungimile laturilor unui triunghi. Arătați că
$a^5+b^5+5abc(a^2+ab+b^2)> c^5$.

prof. Lucian Tuțescu