

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"

19.11.2005, Craiova

Clasa a IV-a

P1. Având la dispoziție o balanță și o greutate de 1 kg arătați cum puteți cântări o cantitate de 26 kg cuie dintr-o ladă ce conține 35 kg cuie, efectuând numai două cântăriri.

prof. I. Pătrașcu

P2. Se dau patru numere naturale. Cunoscând că sumele oricăror trei dintre ele sunt respectiv 300, 500, 600, 607 aflați numerele.

prof. N. Ivășchescu

P3. Aflați x din egalitatea $[756 - (485 - 23 \cdot 21 + x) : (x + 2) - 1] : 377 = 2$, x este număr natural.

prof. N. Ivășchescu

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"

19.11.2005, Craiova

Clasa a V-a

P1. Numerele de la 1 la 780 sunt scrise unul după altul pe un cerc. Se taie numerele din 7 în 7 începând cu numărul 6 (adică numerele 6, 13, 20, 27...). La o nouă parcurgere a cercului sunt numărate și numerele tăiate anterior. Se continuă operația până când ar urma să fie întâlnit și tăiat din nou numărul 6.

a) Câte numere care se împart exact la 7 au fost tăiate?

b) Câte numere rămân netăiate?

prof. I. Pătrașcu, prof. N. Tălău

P2. a) Arătați că $2^{78} < 10^{24}$

b) Câte cifre sunt necesare pentru a scrie în sistemul zecimal numărul 2^{78} ?

prof. I. Pătrașcu, prof. N. Ivășchescu

P3. Se dau numerele $a = (1 + 2 + 3 + \dots + 2006) \cdot 2 + 2007$,

$b = 1 + 3 + 5 + \dots + 4011 + 4013 + 4015$.

a) Aflați ultima cifră a numărului a .

b) Arătați că b este pătrat perfect.

c) Comparați numerele a și b .

prof. N. Ivășchescu, prof. I. Pătrașcu

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"

19.11.2005

Clasa a VI-a

P1. Arătați că numărul $n=111\dots1-222\dots2$ este pătrat perfect; numărul $111\dots1$ are 2006 cifre și numărul $222\dots2$ are 1003 cifre.

prof. Lucian Tuțescu

P2. Se dă $A=17+17^2+\dots+17^{2006}$.

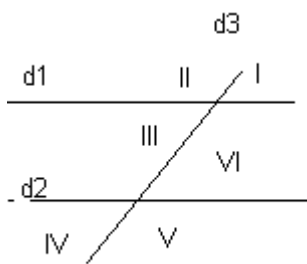
a) Aflați ultima cifră a numărului A.

b) Arătați că numărul $16A+17$ este cub perfect.

c) Arătați că $\frac{(17^{2006} - 1)17}{16} \in \mathbb{N}$.

prof. N. Ivășchescu, prof. I. Pătrașcu

P3. În figura alăturată d_1, d_2, d_3 împart planul în mai multe părți numerotate I, II, III, IV, V, VI numite regiuni.



a) Determinați numărul de regiuni în care împart planul trei drepte distincte. Analizați toate cazurile posibile.

b) Determinați numărul maxim de regiuni în care împart planul patru drepte neperalele oricare două și oricare trei neconcurente.

c) Dacă m este numărul maxim de regiuni determinate în plan de n drepte, aflați în funcție de m și n numărul maxim de regiuni determinate de $n+1$ drepte.

d) Arătați că dacă într-un plan avem 11 drepte neperalele oricare două și oricare trei neconcurente și 68 de puncte oarecare, care nu sunt situate pe dreptele date, există cel puțin o regiune ce conține cel puțin 2 puncte.

prof. N. Ivășchescu, prof. I. Pătrașcu

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"

19.11.2005, Craiova

Clasa a VII-a

P1. Fie ABCD un dreptunghi și ABEF un trapez cu E, F $\hat{=}$ (CD) (E între F și C). Cunoaștem că simetricul punctului C față de BE coincide cu simetricul O al punctului D față de AF.

a) Demonstrați că ABEF este trapez isoscel.

b) Dacă în plus $m\angle(OAB)=45^\circ$ și $AM \perp BE$, $BN \perp AF$, $MI \perp (BE)$, $NI \perp (AF)$ demonstrați că:

i) A, O, E sunt coliniare;

ii) $[MN] \equiv [BC]$.

prof. Ion Pătrașcu, prof. N. Ivășchescu

P2. Fie $a=2^{2007}$ și $b=5^{2007}$. Scriind numerele a și b în sistemul zecimal și alipind numerele obținem numărul A. Aflați câte cifre are numărul A.

* * *

P3. Determinați numerele prime x, y, z care împlinesc condițiile:

$$\frac{x}{y+z} = \frac{7y}{12(x+z)} = \frac{z}{4(x+y)} = \frac{5}{2(x+y+z)}.$$

prof. N. Tălău

CONCURSUL "GHEORGHE DUMITRESCU"

19.11.2005, Craiova

Clasa a VIII-a

P1. Fie d_1 și d_2 două drepte paralele conținute într-un plan α și A, B două puncte distincte de aceeași parte a planului α , $AB \perp \alpha$. Planul β dus prin AB intersectează d_1 în M_1 și d_2 în M_2 .

a) Arătați că dreapta M_1M_2 trece printr-un punct fix.

b) Construiți planul β astfel încât $M_1M_2=l$, $l \in \mathbb{R}_+$, $l > a$, a fiind distanța dintre d_1 și d_2 .

c) Care este locul geometric al punctului de intersecție al dreptelor AM_1 și BM_2 ?

* * *

P2. Fie m un număr rațional pozitiv. Aflați m știind că $2m + \frac{1}{m}$ este nr. întreg.
prof. I. Pătrașcu

P3. Fie a, b, c lungimile laturilor unui triunghi. Arătați că
 $a^5 + b^5 + 5abc(a^2 + ab + b^2) > c^5$.

prof. Lucian Tuțescu